

| | | | |
|----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|
| Trường ĐHBKHN Viện Điện Bm. ĐKTD | ĐỀ THI CUỐI KỲ 20181 Học phần: Tín hiệu & Hệ thống Mã học phần: EE2000 Thời gian làm bài: 90 phút Ngày thi: 07/01/2019 Đề số 1 | Cán bộ phụ trách HP Phạm Văn Trường Đào Phương Nam Đỗ Thị Tú Anh | BCN bộ môn duyệt |
| Điểm 8,5 | Chữ ký CB chấm thi | CB coi thi 1 | CB coi thi 2 |

Họ tên SV: ...Nguyễn Đức Lâm... Mã số SV: ...20174004... Số thứ tự: ...50...

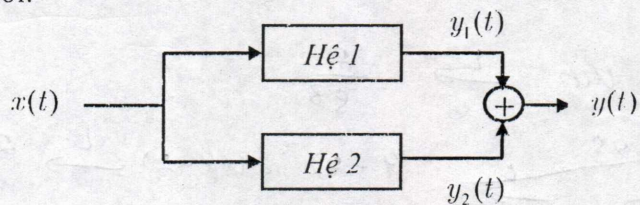
Lưu ý: Sinh viên làm bài trực tiếp vào 4 mặt giấy này. Chỉ được sử dụng 1 quyển slide bài giảng, 1 vở ghi bài viết tay, và 1 máy tính không lập trình được.

Bài 1 (Đáp ứng xung và tích chập) (5đ)

Xét hai hệ thống tuyến tính bất biến (hệ LTI) được ghép song song với nhau như Hình 1 dưới đây. Biết rằng quan hệ vào-ra của hai hệ được cho bởi:

$$y_1(t) = \int_{t-1}^t x(\tau) d\tau,$$

$$y_2(t) = \int_{t-2}^{t-1} x(\tau) d\tau.$$



Hình 1.

a) (1đ) Các đáp ứng xung $h_1(t)$ và $h_2(t)$ của hai hệ thống con là gì?

[Gợi ý: Sử dụng $\int_{t_1}^{t_2} \delta(\tau) d\tau = 1$ với bất kỳ $t_1 < 0 < t_2$, hoặc sử dụng $\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = u(t)$.]

$$\begin{aligned} \text{g/sử } x_1(t) = \delta(t) &\rightarrow h_1(t) = \int_{t-1}^t \delta(\tau) d\tau = \int_{t-1}^t \delta(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau - \int_{-\infty}^{t-1} \delta(\tau) d\tau \\ &\rightarrow h_1(t) = u(t) - u(t-1) \end{aligned}$$

$$\text{g/sử } x_2(t) = \delta(t) \rightarrow h_2(t) = \int_{t-2}^{t-1} \delta(\tau) d\tau = u(t-1) - u(t-2)$$

b) (1đ) Đáp ứng xung $h(t)$ của cả hệ thống là gì?

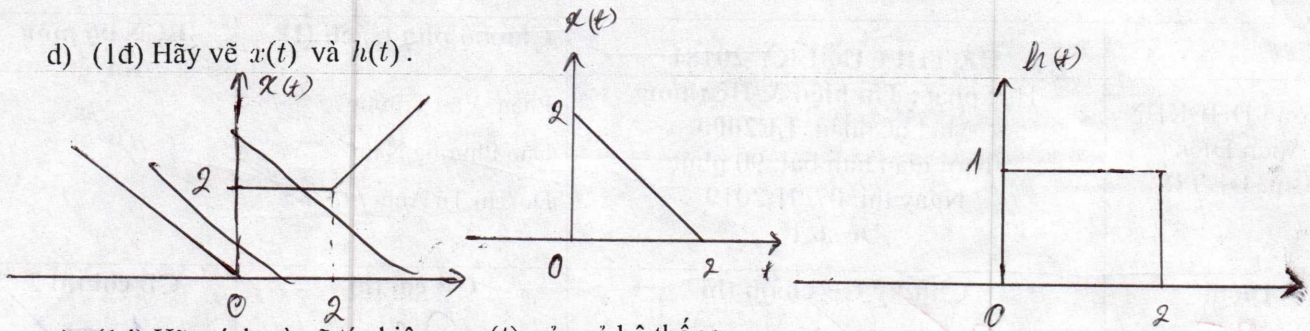
$$h(t) = h_1(t) + h_2(t) = u(t) - u(t-2)$$

c) (1đ) Cả hệ thống có nhân quả không? có ổn định không? Hãy giải thích.

+ Hệ nhân quả, do khi $t < 0 \rightarrow h(t) = 0$

$$+ \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt = \int_0^2 dt = 2 < \infty \Rightarrow \text{Hệ ổn định}$$

d) (1đ) Hãy vẽ $x(t)$ và $h(t)$.



e) (1đ) Hãy tính và vẽ tín hiệu ra $y(t)$ của cả hệ thống.

$$x(t) = -(t-2) \cdot [u(t) - u(t-2)] = -t \cdot u(t) + 2u(t) + (t-2) \cdot u(t-2)$$

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

$$\text{Có } x(t) \xrightarrow{L} X(s) = -\frac{1}{s^2} + \frac{2}{s} + \frac{1}{s^2} \cdot e^{-2s}$$

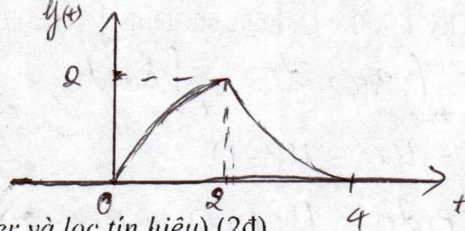
$$h(t) \xrightarrow{L} H(s) = \frac{1 - e^{-2s}}{s} = \frac{1}{s} - \frac{e^{-2s}}{s}$$

$$Y(s) = X(s) \cdot H(s) = -\frac{1}{s^3} + \frac{2}{s^2} + \frac{e^{-2s}}{s^3} + \frac{e^{-2s}}{s^3} - \frac{2e^{-2s}}{s^2} - \frac{e^{-4s}}{s^3}$$

$$\text{Có } t^2 \cdot u(t) \xrightarrow{L} \frac{2}{s^3}$$

$$\frac{e^{-2s}}{s^3} \xrightarrow{L} (t-2)^2 \cdot u(t-2) \xrightarrow{L} \frac{2e^{-2s}}{s^3}$$

$$\rightarrow y(t) = \frac{t^2 \cdot u(t)}{2} + 2t \cdot u(t) + (t-2)^2 \cdot u(t-2) - 2(t-2) \cdot u(t-2) - \frac{1}{2} \cdot (t-4) \cdot u(t-4)$$



Bài 2 (Phép biến đổi Fourier và lọc tín hiệu) (2đ)

a) (1đ) Hãy tính và vẽ phổ $X(\omega)$ của tín hiệu tuần hoàn $x(t)$ có biểu thức như sau:

[Lưu ý: Nếu $X(\omega)$ là hàm thực thì chỉ cần vẽ một đồ thị của $X(\omega)$ theo ω .]

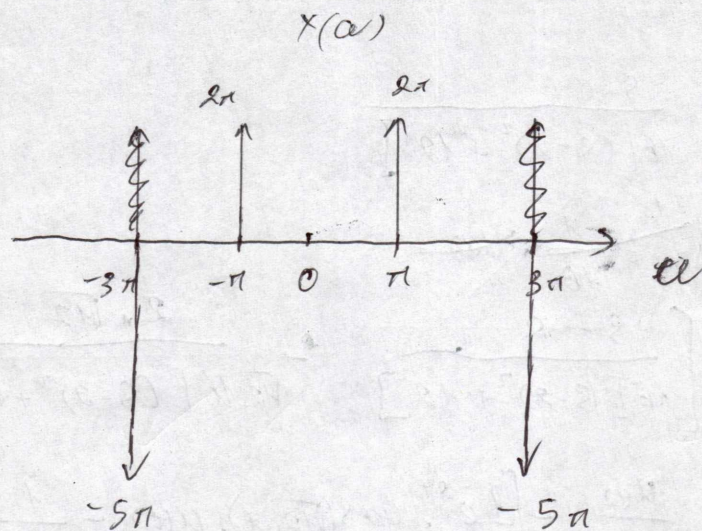
$$x(t) = 2\cos(\pi t) + 5\cos(3\pi t - \pi).$$

$$x_1(t) = 2\cos(\pi t) \xrightarrow{F} X_1(\omega) = 2\pi [\delta(\omega - \pi) + \delta(\omega + \pi)]$$

$$x_2(t) = 5\cos(3\pi t - \pi) = -5 \cdot \cos(3\pi t) \xrightarrow{F} X_2(\omega) = -5\pi [\delta(\omega - 3\pi) + \delta(\omega + 3\pi)]$$

$$\rightarrow X(\omega) = 2\pi [\delta(\omega - \pi) + \delta(\omega + \pi)] - 5\pi [\delta(\omega - 3\pi) + \delta(\omega + 3\pi)]$$

1

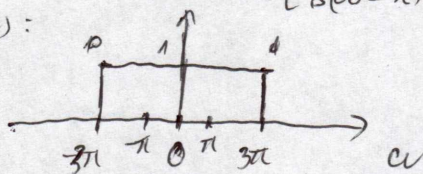


b) (1d) Giả sử $x(t)$ được cho qua một bộ lọc lý tưởng sao cho ở đầu ra của bộ lọc ta thu được $y(t) = 2\cos(\pi t)$. Hãy vẽ đáp ứng biên độ - tần số $|H(\omega)|$ của bộ lọc và tìm điều kiện của tần số ngưỡng ω_c của bộ lọc. Đó là loại bộ lọc gì?

$$Y(\omega) = 2\pi [\delta(\omega - \pi) + \delta(\omega + \pi)] \rightarrow H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)}$$

$$H(\omega) = \frac{2\pi [\delta(\omega - \pi) + \delta(\omega + \pi)]}{2\pi [\delta(\omega - \pi) + \delta(\omega + \pi)] - 5\pi [\delta(\omega - 3\pi) + \delta(\omega + 3\pi)]}$$

$H(\omega)$:



\rightarrow Điều kiện tần số ngưỡng $(-3\pi < \omega < 3\pi)$

\rightarrow Bộ lọc thông dải.

Bài 3 (Phép biến đổi Laplace và hàm truyền) (3đ)

Cho một hệ thống bậc hai có quan hệ vào-ra được cho bởi phương trình vi phân:

$$(1) \quad \frac{d^2 y(t)}{dt^2} - 4 \frac{dy(t)}{dt} + 16y(t) = x(t).$$

a) (1d) Hãy tìm hàm truyền $H(s)$ của hệ thống.

$$\text{giả sử } x(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} X(s); \quad y(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} Y(s)$$

$$\rightarrow y'(t) \rightarrow s^2 Y(s) - s y(0) - y'(0) = s^2 Y(s)$$

$$y'(t) \rightarrow s Y(s) - y(0) = s Y(s)$$

$$\text{1) } s^2 Y(s) - 4s Y(s) + 16 Y(s) = X(s)$$

$$\rightarrow Y(s) (s^2 - 4s + 16) = X(s) \rightarrow H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s^2 - 4s + 16}$$

b) (2d) Hãy tìm tín hiệu ra $y(t)$ của hệ thống với tín hiệu vào dạng bước nhảy đơn vị $x(t) = u(t)$. Vẽ phác $y(t)$.

$$\text{có } \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s^2 - 4s + 16} = H(s) \rightarrow Y(s) = H(s) \cdot X(s)$$

$$x(t) = u(t) \rightarrow X(s) = \frac{1}{s}$$

$$= \frac{1}{s(s^2 - 4s + 16)} = \frac{1}{16s} - \frac{s - 4}{16(s^2 - 4s + 16)}$$

$$\Leftrightarrow Y(s) = \frac{1}{16s} - \frac{s-4}{16[(s-2)^2 + 12]}$$

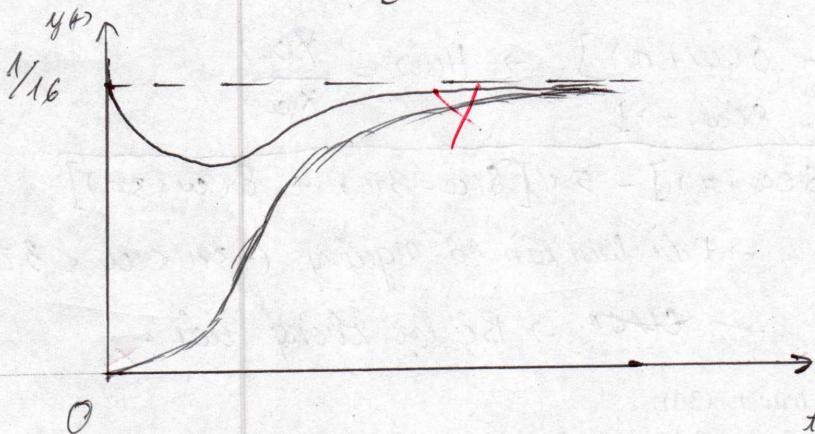
$$\rightarrow y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} = \frac{1}{16} \cdot u(t) -$$

$$Y(s) = \frac{1}{16s} - \left[\frac{s-2}{16[(s-2)^2 + 12]} + \frac{2 \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{12} \cdot 16[(s-2)^2 + 12]} \right]$$

$$\rightarrow y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} = \frac{u(t)}{16} - \left[\frac{1}{16} e^{2t} \cdot \cos(\sqrt{12} t) \cdot u(t) - \frac{1}{8\sqrt{12}} \cdot e^{2t} \cdot \sin(\sqrt{12} t) \cdot u(t) \right]$$

1.5

$$\rightarrow y(t) = \frac{u(t)}{16} - \frac{e^{2t}}{16} \cdot u(t) \left[\cos(\sqrt{12} t) - \frac{2}{\sqrt{12}} \cdot \sin(\sqrt{12} t) \right]$$



| | | | |
|----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|
| Trường ĐHBKHN Viện Điện Bm. ĐKTD | ĐỀ THI CUỐI KỲ 20181 Học phần: Tín hiệu & Hệ thống Mã học phần: EE2000 Thời gian làm bài: 90 phút Ngày thi: 07/01/2019 Đề số 2 | Cán bộ phụ trách HP Phạm Văn Trường Đào Phương Nam Đỗ Thị Tú Anh | BCN bộ môn duyệt |
| Điểm 6,5 | Chữ ký CB chấm thi | CB coi thi 1 | CB coi thi 2 |

Họ tên SV: Nguyễn Đức Thắng Mã số SV: 20174193 Số thứ tự: 28

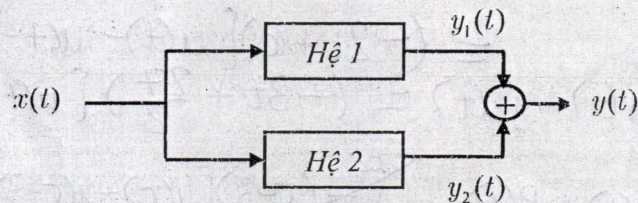
Lưu ý: Sinh viên làm bài trực tiếp vào 4 mặt giấy này. Chỉ được sử dụng 1 quyển slide bài giảng, 1 vở ghi bài viết tay, và 1 máy tính không lập trình được.

Bài 1 (Đáp ứng xung và tích chập) (5đ)

Xét hai hệ thống tuyến tính bất biến (hệ LTI) được ghép song song với nhau như Hình 1 dưới đây. Biết rằng quan hệ vào-ra của hai hệ được cho bởi:

$$y_1(t) = \int_{-1}^t x(\tau) d\tau,$$

$$y_2(t) = \int_{-3}^{t-1} x(\tau) d\tau.$$



Hình 1.

Giả thiết tín hiệu vào là:

$$x(t) = -(t-3)[u(t) - u(t-3)].$$

a) (1đ) Các đáp ứng xung $h_1(t)$ và $h_2(t)$ của hai hệ thống con là gì?

[Gợi ý: Sử dụng $\int_{t_1}^{t_2} \delta(\tau) d\tau = 1$ với bất kỳ $t_1 < 0 < t_2$, hoặc sử dụng $\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = u(t)$.]

$$y_1(t) = x(t) * h_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h_1(t-\tau) d\tau \Rightarrow h_1(t-\tau) = \begin{cases} 1 & t-1 < \tau < t \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\Rightarrow h_1(\tau) = \begin{cases} 1 & 0 < \tau < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \Rightarrow h_1(t) = u(t) - u(t-1)$$

$$y_2(t) = x(t) * h_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h_2(t-\tau) d\tau \Rightarrow h_2(t-\tau) = \begin{cases} 1 & t-3 < \tau < t-1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\Rightarrow h_2(\tau) = \begin{cases} 1 & 1 < \tau < 3 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \Rightarrow h_2(t) = u(t-1) - u(t-3)$$

b) (1đ) Đáp ứng xung $h(t)$ của cả hệ thống là gì?

$$h(t) = h_1(t) + h_2(t) = u(t) - u(t-1) + u(t-1) - u(t-3) = u(t) - u(t-3)$$

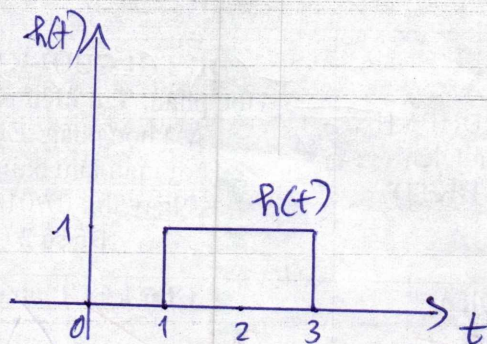
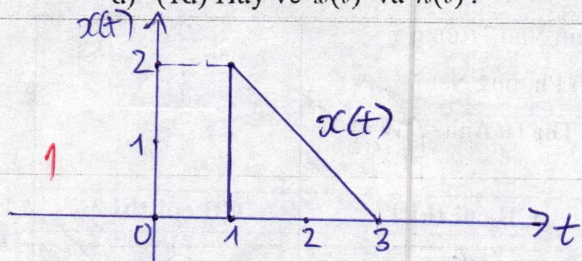
c) (1đ) Cả hệ thống có nhân quả không? có ổn định không? Hãy giải thích.

$$h(t) = 0 \text{ với } t < 0 \Rightarrow \text{hệ thống có nhân quả}$$

$$\text{Xét } \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt = \int_{-\infty}^{\infty} |u(t) - u(t-3)| dt = \int_1^3 1 dt = t \Big|_1^3 = 2 < \infty$$

\Rightarrow hệ ổn định

d) (1đ) Hãy vẽ $x(t)$ và $h(t)$.



e) (1đ) Hãy tính và vẽ tín hiệu ra $y(t)$ của cả hệ thống.

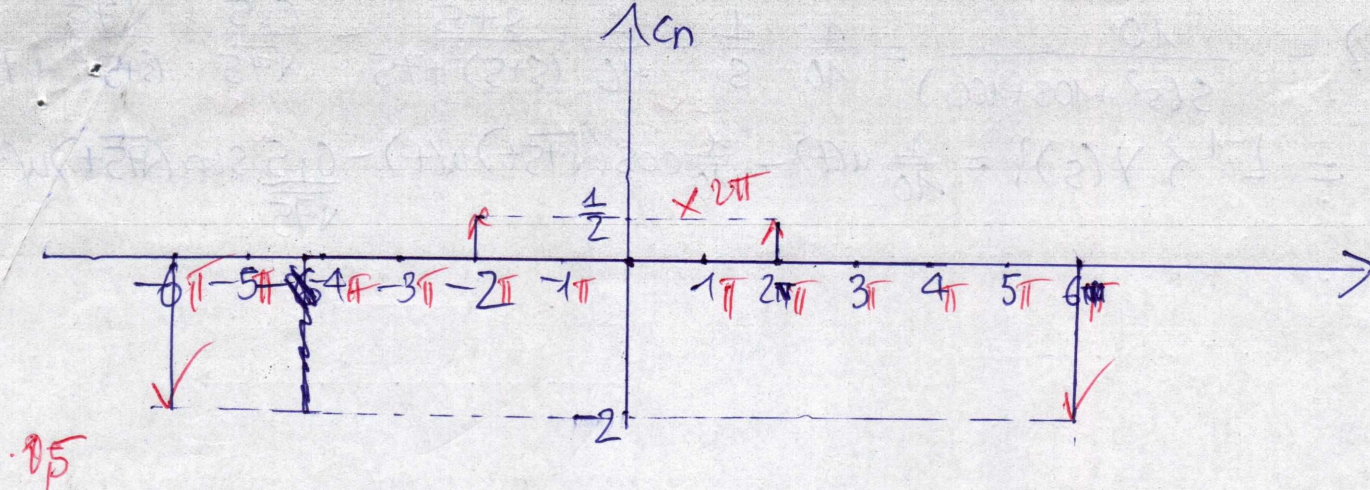
$$\begin{aligned}
 y_1(t) &= \int_{t-1}^t x(\tau) d\tau = \int_{t-1}^t -(\tau-3)[u(\tau)-u(\tau-3)] d\tau = \int_{t-1}^t -(\tau-3)u(\tau) d\tau + \int_{t-1}^t (\tau-3)u(\tau-3) d\tau \\
 &= \int_{t-1}^t (\tau-3) d\tau [u(t)-u(t-3)] = \left(\frac{\tau^2}{2} + 3\tau \right) \Big|_{t-1}^t [u(t)-u(t-3)] \\
 &= \left(-t + \frac{7}{2} \right) [u(t)-u(t-3)] \\
 y_2(t) &= \int_{t-3}^{t-1} x(\tau) d\tau = \int_{t-3}^{t-1} -(\tau-3) d\tau [u(t)-u(t-3)] = \left(-\frac{\tau^2}{2} + 3\tau \right) \Big|_{t-3}^{t-1} [u(t)-u(t-3)] \\
 &= (-2t+10) [u(t)-u(t-3)] \\
 y(t) &= y_1(t) + y_2(t) = \left(-3t + \frac{27}{2} \right) [u(t)-u(t-3)] \\
 \cancel{y(t)} &= x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} -(\tau-3)[u(\tau)-u(\tau-3)][u(t-\tau-1)-u(t-\tau-3)] d\tau \\
 \cancel{\neq X(t) \cdot 2 \leq t \leq 4} \quad \cancel{y(t)} &= \int_1^{t-1} -(\tau-3) d\tau = \left(-\frac{\tau^2}{2} + 3\tau \right) \Big|_1^{t-1}
 \end{aligned}$$

Bài 2 (Phép biến đổi Fourier và lọc tín hiệu) (2đ)

a) (1đ) Hãy tính và vẽ phổ $X(\omega)$ của tín hiệu tuần hoàn $x(t)$ có biểu thức như sau:

[Lưu ý: Nếu $X(\omega)$ là hàm thực thì chỉ cần vẽ một đồ thị của $X(\omega)$ theo ω .]

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \cos(2\pi t) + 4\cos(6\pi t - \pi) \\
 x(t) &= \frac{e^{j2\pi t} + e^{-j2\pi t}}{2} + 4[\cos(6\pi t) \cdot \cos\pi + \sin(6\pi t) \sin\pi] \\
 &= \frac{e^{j2\pi t} + e^{-j2\pi t}}{2} + 4(-1) \cdot \frac{e^{j6\pi t} + e^{-j6\pi t}}{2} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 2\pi \delta(\omega - 2\pi) + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \delta(\omega + 2\pi) - 2 \cdot 2\pi [\delta(\omega - 6\pi) + \delta(\omega + 6\pi)] \\
 &= \pi [\delta(\omega - 2\pi) + \delta(\omega + 2\pi)] - 4\pi [\delta(\omega - 6\pi) + \delta(\omega + 6\pi)]
 \end{aligned}$$



b) (1đ) Giả sử $x(t)$ được cho qua một bộ lọc lý tưởng sao cho ở đầu ra của bộ lọc ta thu được $y(t) = \cos(2\pi t)$. Hãy vẽ đáp ứng biên độ - tần số $|H(\omega)|$ của bộ lọc và tìm điều kiện của tần số ngưỡng ω_c của bộ lọc. Đó là loại bộ lọc gì?

Bài 3 (Phép biến đổi Laplace và hàm truyền) (3đ)

Cho một hệ thống bậc hai có quan hệ vào-ra được cho bởi phương trình vi phân:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 10 \frac{dy(t)}{dt} + 100 y(t) = 10 x(t). \quad (1)$$

a) (1đ) Hãy tìm hàm truyền $H(s)$ của hệ thống.

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} \xrightarrow{\mathcal{L}} s^2 Y(s) \quad \frac{dy(t)}{dt} \xrightarrow{\mathcal{L}} s Y(s) \quad y(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} Y(s) \quad x(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} X(s)$$

$$(1) \Rightarrow s^2 Y(s) + 10s Y(s) + 100 Y(s) = 10 X(s)$$

$$\Rightarrow Y(s) [s^2 + 10s + 100] = 10 X(s)$$

$$\Rightarrow \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{10}{s^2 + 10s + 100}$$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{10}{s^2 + 10s + 100}$$

b) (2đ) Hãy tìm tín hiệu ra $y(t)$ của hệ thống với tín hiệu vào dạng bước nhảy đơn vị $x(t) = u(t)$. Vẽ phác

$$y(t) \cdot H(s) = \frac{10}{s^2 + 10s + 100} = \frac{10}{(s+10)^2 + 100} \xrightarrow{\mathcal{L}} h(t) = \frac{1}{10} e^{-10t} \sin(10t) u(t)$$

$$y(t) = x(t) = u(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} X(s) = \frac{1}{s}$$

$$Y(s) = X(s) \cdot H(s) = \frac{10}{s(s^2 + 10s + 100)} = \frac{1}{(s+10)^2} - \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{s+10} + \frac{1}{10 \cdot s}$$

$$\xrightarrow{\mathcal{L}} y(t) = -te^{-10t} u(t) - \frac{1}{100} e^{-10t} u(t) + \frac{1}{10} u(t)$$

$$= \left[e^{-10t} \left(-t - \frac{1}{100} \right) + \frac{1}{10} \right] u(t)$$

4

-58

15

$$\frac{-0,5}{\sqrt{75}}$$

4